

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ФРАКТАЛЬНОЙ ФРАКЦИИ (PSF) ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОДОУДЕРЖИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЧВЫ¹ ФГБНУ «Агрофизический научно-исследовательский институт»;² ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Реферат. Цель работы – развитие методов моделирования функции водоудержания, апробация алгоритма расчета ветви десорбции ОГХ по модифицированной фрактальной PSF-модели. Рассматривается возможность экспериментального определения фрактальной размерности почвенной структуры исследованием процесса нестационарной фильтрации влаги через почву. Водоудерживающую способность почвы описывает основная гидрофизическая характеристика (ОГХ). Для аппроксимации кривой ОГХ применяют различные математические модели. Кривая ОГХ необходима для точного расчета оросительных норм. Расчет оросительных норм на основе априорной кривой позволит решить ряд практических задач управления посевам и обеспечит снижение себестоимости сельскохозяйственной продукции. Получение значений кривых ОГХ на основании контрольных точек и общих почвенных характеристик позволит существенно сократить затраты на полевые и экспериментальные исследования, получать необходимые расчетные значения для территорий, по которым имеется недостаточный объем исследовательской или мониторинговой информации. Расчет кривой водоудержания позволит также решить ряд практических задач гидромелиорации сельскохозяйственной продукции угодий, инженерных задач возведения гидротехнических сооружений: дамб, водоотводных систем при жилищном и промышленном строительстве. Однако использованию ОГХ препятствует ряд недостатков, присущих применяемым математическим моделям. На основе теории фрактальной перколяции предпринята попытка физического обоснования гистерезиса водоудерживающей способности почвы. Использование теории фрактальной фракции в гидрофизике почвы привело к разработке фрактальных моделей для прогнозирования ОГХ. Для применения фрактальной модели pore - solid - fractal (PSF-model) к расчету ОГХ необходимо знать величину фрактальной размерности почвенной структуры. Предложен метод определения фрактальной размерности порового пространства почвы исследованием нестационарной фильтрации и анализа временных рядов объемного расхода фильтрации влаги через почву. Выполнен расчет десорбционных ветвей гистерезиса водоудерживающей способности супесчаных почв. Расчетные десорбционные ветви сопоставлены с экспериментальными данными. Исследование статистических различий выборок (сходимость данных) проведено с применением критерия Манна-Уитни (U). Значение критерия $U = 30$. Критическое значение U-критерия при заданной численности сравниваемых рядов данных составляет 13. Различия между выборками не являются статистически значимыми с доверительной вероятностью 0,95.

Ключевые слова: гидрофизика почв, физическое моделирование, водоудерживающая способность почвы, фрактальная размерность структуры, фрактальная модель.

Введение

Для моделирования динамики влаги в зоне аэрации почвы (в ненасыщенной влагой почве) необходимо располагать основной гидрофизической характеристикой

(ОГХ), которая описывает водоудерживающую способность почвы. Водоудерживающая способность наряду с влагопроводностью относится к числу важнейших гидрофизических свойств почвы. Гидротехническое строительство мелиоративных систем при гидромелиорации земель начинается с инженерных почвенно-мелиоративных изысканий, исследования физических и гидрофизических свойств почвы. Водоудерживающая способность почвы является основным, наиважнейшим гидрофизическим свойством почв, на основе которого можно априорно рассчитать многие инженерные параметры будущей гидромелиоративной системы, например, коэффициент водоотдачи. Знание ОГХ необходимо для прогнозирования, а также для расчета эффективности функционирования проектируемой гидромелиоративной системы. Функциональное представление гидрофизических свойств почвы является основой решения уравнения неразрывности потока почвенной влаги. Это уравнение относится к уравнениям в частных производных параболического типа и называется уравнением Ричардса [1]. Основная трудность применения уравнения Ричардса заключается в отсутствии физически адекватных аналитических описаний коэффициентов данного уравнения [2].

При поступлении (сорбции) влаги в почву сначала заполняются самые тонкие и капиллярные поры, а затем – крупные поры. Во фрактальной теории перколяции этот эффект называется «эффектом чернильницы» [3, 4]. При смачивании водой поверхности твердых частиц почвы влага растекается, и отрицательная величина потенциала влаги возрастает.

При иссушении (десорбции) почвы влага сначала покидает крупные поры и лишь затем капиллярные и сорбционные поры, отрицательная величина потенциала влаги уменьшается. Поэтому одному значению величины объемной влажности почвы при поступлении воды в почву и при иссушении почвы соответствуют разные значения величины потенциала влаги. Данное явление называется гистерезисом водоудерживающей способности почвы: при экспериментальных измерениях S-образная ветвь изотермы десорбции не совпадает с S-образной ветвью изотермы сорбции ОГХ. С учетом гистерезиса моделирование водоудерживающей способности почвы является трудноразрешимой задачей. Поэтому с 1931 г. – времени публикации уравнения Ричардса – разработаны и предложены многочисленные модели для аппроксимации ОГХ [5–7]. Известны сайты (калькуляторы) с информацией по аппроксимации ОГХ [8]. Первые программные продукты для аппроксимации ОГХ на персональном компьютере разработаны еще в конце двадцатого века [9–12]. Обычно для аппроксимации экспериментальных точек ОГХ применяют модели Брукса-Кори [13–15] и др.

При аппроксимации используют метод подбора кривых по экспериментально измеренным точкам ОГХ, то есть – настройки параметров модели на основании статистических критериев Тейла и/или Нэша–Сатклиффа [4]. При этом эмпирические коэффициенты, применяемые в аппроксимациях ОГХ, обычно не имели физической интерпретации [2]. Некоторые новые и оригинальные подходы к математическому моделированию ОГХ, к решению проблемы гистерезиса и физическому обоснованию эмпирических коэффициентов моделей ОГХ, предложенные в трудах Пачепского Я. А. [11], Терлеева В. В. [16] (2000), Полуэктова Р. А. [17], получили дальнейшее развитие [7, 18, 19]. Необходимо отметить, что проблема аппроксимации, моделирования (и, в какой-то мере, априорного расчета) ОГХ является основополагающей идеей ряда поколений гидрофизиков [5, 18, 20–22]. Однако возможность строгого теоретического расчета функции водоудерживающей способности почвы появилась сравнительно недавно с развитием фрактальной геометрии порового пространства почвы и теории фрактальной перколяции.

Отправной точкой этих исследований следует назвать работы середины 80-х и начала 90-х годов прошлого века: Ромм Е. С. [23]; Friesen W. I., Mikula R. J. [24]; Гийом и др., [25]; Rieu M., Sposito G. [26]; Perfect E., Rasiah V., Kay B. D. [27].

Фрактальные модели почвенной структуры появились на основе обобщения классических фракталов – ковра Серпинского–губки Менгера. Tyle, Wheatcraft (1990) [28] представили фрактальную модель почвенной структуры – ковер Серпинского для предсказания ОГХ. Глобус А. М. [29], Гончаров В. Д. [30] применили специально сконструированную фрактальную модель – губку Менгера для описания почвенной структуры. Нетрудно предположить, что поперечный срез почвенного агрегата может иметь сходство с ковром Серпинского. А строение агрегата в пространстве моделироваться губкой Менгера (Рисунок 1а, б) [31–33].

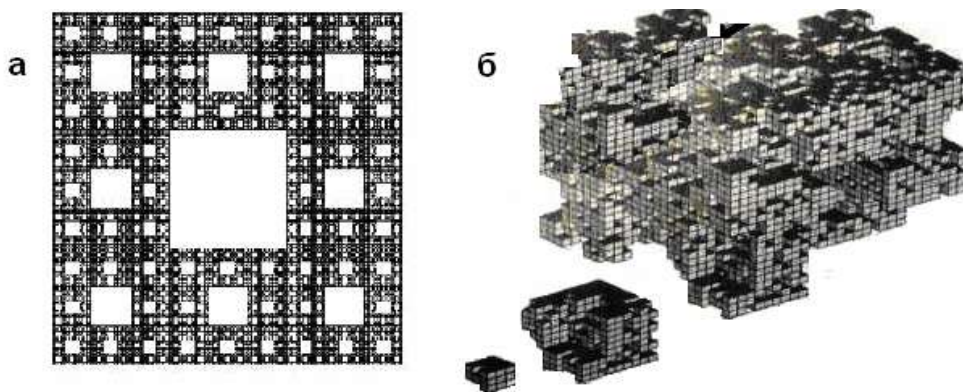


Рисунок 1 – Модели почвенной структуры
Примечание. а – Ковер Серпинского; б – губка Менгера.

Развитием фрактальных представлений о почвенной структуре стала теория фрактальной фракции: pore - solid - fractal - structure (PSF). Использование концепции фрактальной фракции в физике и гидрофизике почв привело к разработке фрактальных моделей для прогнозирования ОГХ [34–37], в частности, к разработке, получившей широкую известность модели – pore solid fractal model (PSF-M, или просто PSF). Эта фрактальная модель является полезным инструментом, который устраняет разрыв между эмпирическими моделями и обеспечивает некоторую физическую основу параметров моделей (рисунок 2) [34, 38]. Для практических расчетов оросительных норм используют обычно ветвь иссушения (десорбции влаги).

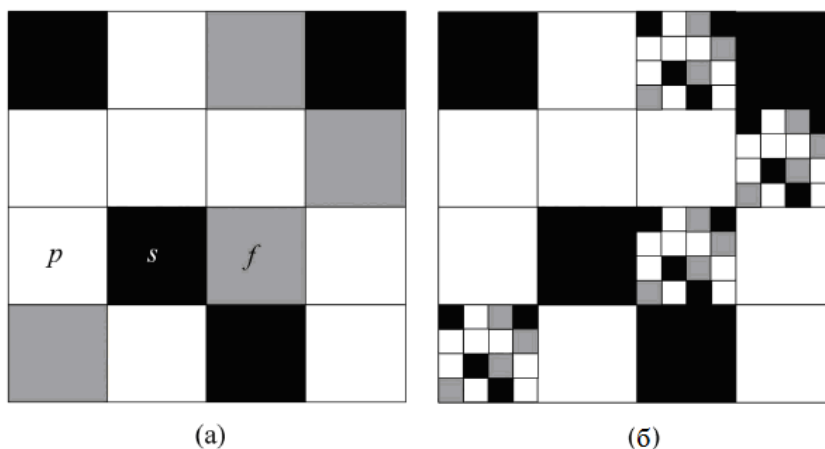


Рисунок 2 – Идеализированная PSF-модель фрактальной структуры

Примечание. а – симметрия твердой фазы почвы (черные клетки) пространства пор (белые клетки) и фрактальных агрегатов (серые клетки); б – иерархическая организация модели [4].

Цель работы – развитие методов моделирования функции водоудержания, апробация алгоритма расчета ветви десорбции ОГХ по модифицированной фрактальной PSF-модели.

Материалы и методы

На основе теории фрактальной фракции и использовании PSF-моделей, предложенных в работах [35, 36, 39–41], можно предсказать ОГХ. Практически во всех аппроксимациях функции водоудерживающей способности почвы используется параметр потенциала влаги при входе воздуха в почвенные поры (давления барботирования), однако определение значения потенциала входа воздуха усложнено из-за трудоемких методов измерения. Возникает вопрос: почему для прогнозирования кривой ОГХ можно использовать только значения давления барботирования и влажности насыщения? В частности, PSF-модель может непосредственно предсказать вид кривой ОГХ без дополнительной подгонки, если известны фрактальная размерность структуры почвы и любая экспериментальная точка на этой кривой, например, величина наименьшей влагоемкости почвы при потенциале влаги -330 см вод. ст.

Наибольшее препятствие к предсказанию ОГХ по PSF-модели вызывает величина фрактальной размерности. Если принять допущение, что в качестве модели почвенной структуры используется обобщенная губка Менгера, то фрактальная размерность (D) такой почвенной структуры известна и равна 2,72. Ранее были разработаны несколько методов оценки D с использованием распределения агрегатов почвенной структуры по размерам, распределения элементарных почвенных частиц почвы (ЭПЧ) или пор почвы по размерам [30, 34]. Однако распределения структурных элементов почвы по размерам зависят от того, каким экспериментальным методом они определены [42]. Для установления величины фрактальной размерности почвенной структуры в работе предлагается использовать динамику изменения объемного потока воды при постоянном гидравлическом напоре, исходя из представлений теории перколяции [43].

В образце почвы ненарушенного сложения (или сформованного на основе представлений физического подобия) [32, 44], для которого необходимо рассчитать кривую ОГХ по PSF-модели, измеряется или задается общая пористость (значение общей пористости практически соответствует полному влагонасыщению почвы θ_s). Образец почвы формируется в стандартном рабочем цилиндре фильтрационного прибора. Образцы почвы ненарушенного сложения отбираются в поле непосредственно в цилиндр при помощи свинчивающегося режущего кольца. При фильтрации фиксируется время между проскоком пузырьков воздуха в трубке Мариотта фильтрационного прибора: отрыв пузырька означает, что через образец просочился небольшой объем влаги. Таким образом, получаем временной ряд – набор значений величины объемного расхода от времени проскока пузырьков. Скорость фильтрации со временем уменьшается по экспоненте. При наличии эффекта Харста экспонента фильтрации промодулирована периодической функцией. Фрактальная размерность временного ряда вычисляется тем или иным способом [33, 45]. Затем, измеряется методом прессы произвольная точка ветви иссушения (десорбции) кривой водоудерживающей способности почвы: например, условная точка (0), соответствующая наименьшей влагоемкости почвы (НВ) или влажности завядания (ВЗ). Для вычислений значений h_{min} и текущих значений напора или потенциала влаги h , по значениям D , h_0 , θ_0 , θ , используют следующее соотношение:

$$h_{min} = h_0 \cdot \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^{\frac{1}{E-D}}, \quad (1)$$

где: θ_0 – экспериментально определенное значение объемной влажности почвы, соответствующее заданному в качестве нулевой точки расчета ветви значению потенциала влаги h_0 . E и D – соответственно евклидова и фрактальная размерность объема.

Для вычисления всей ветви десорбции кривой водоудерживающей способности почвы используем вычислительную процедуру PSF в логарифмической форме:

$$\lg \theta = \lg \theta_0 + (D - E) \cdot (\lg h - \lg h_0). \quad (2)$$

В качестве объектов исследования для выполнения вычислительной процедуры функции водоудерживающей способности почвы по PSF-модели взяты различные по гранулометрическому составу почвы ряда районов Северо-Запада РФ.

В Гатчинском районе Ленинградской области (землепользование «Меньково») отобраны образцы агродерново-подзолистой типичной супесчаной почвы, горизонты: PU (глубина взятия образца 0–20 см), 2C (глубина взятия образца 120–130 см). В Псковской области (землепользование «Родина») взяты образцы горизонта С (глубина взятия образца 100–120 см) агродерново-подзола глееватого песчаного. Из АПК «Бугры» Ленинградской области отобраны образцы почвы из горизонта ВFg (90–100 см) агрозема текстурно-дифференцированного окисленно-глеевого.

Экспериментальные кривые ОГХ для исследованных образцов почвы получены каноническими методами. Применены методы пресса и высушивания образцов почвы над насыщенным раствором соли.

Результаты и их обсуждение

Согласно теории перколяции пористая среда «внезапно» обретает свойства влагопроводности при заполнении всех своих пор и пустот жидкостью. Поток влаги через пористую среду по уравнению Пуазейля пропорционален четвертой степени радиуса пор, отнесенному к длине пор (или извилистости пути потока). Поэтому при незначительном изменении размеров агрегатов и пор происходит существенное изменение величины объемного расхода (Q) при постоянном напоре.

При вхождении в такую пору небольшого добавочного количества воды происходит выброс всей накопленной в поре воды, то есть объемный расход превышает поступление воды в почву. Возникает так называемый эффект Харста – поступление воды в почву вызывает выход большего объема воды из почвы по сравнению с поступившим объемом.

Если принять, что объемный расход воды в каждый период представляет собой последовательность случайных величин, не связанных друг с другом, то суммарный расход воды Q должен быть пропорционален всему периоду времени процесса t . Стандартное отклонение такого случайного процесса, при нулевом среднем, определяется как $t^{0,5}$ (где t период); дисперсия, соответственно, должна быть равна всему периоду времени. В некоторых опытах по фильтрации оказалось, что суммарный расход не пропорционален $t^{0,5}$, и показатель степени при t не равен 0,5. Возникает эффект Харста, что математически означает неравенство стандартного отклонения процесса и величины \sqrt{t} . При фрактальной итерации временного ряда (общего вида $L^n = f(t)$) автокорреляционная функция приращений затухает по степенному закону, а его спектральная плотность при низких частотах расходится [46, 47]. Показатель при t получил название показателя Харста.

На основе фильтрационных испытаний образца почвы ненарушенного сложения утверждаем: если экспериментально полученная экспонента фильтрации промодулирована периодической функцией в виде спектра частот и $f(\omega) \rightarrow \infty$, почва имеет фрактальную структуру. Фрактальную размерность такого сигнала легко определить методом линейных систем фрактальной геометрии, суть метода изложена, например, в работе Старченко Н. В., 2005 [45]. Таким образом, в силу эффекта Харста

– участия в процессе нестационарной фильтрации всего объема почвенных пор (включая тупиковые), а не только пор инфильтрации, получаем возможность определить фрактальную размерность почвенной структуры. В случае отсутствия спектра фильтрации воды через образец почвы $f(\omega) = const$, полученная экспериментальная зависимость объемного расхода от времени имеет гладкий характер; это соответствует случаю упорядоченной (регулярной) структуры почвы.

Фрактальная размерность порового пространства дерново-подзолистых супесчаных почв определена наблюдением за характером нестационарной фильтрации влаги через исследуемый образец и анализом временного ряда (зависимости) объемного расхода влаги от времени методом линейных систем. Методом пресса определена объемная влажность почвы (наименьшая влагоемкость НВ), соответствующая потенциалу – 330 см вод.ст. Данные значения объемной влажности почвы и потенциала влаги приняты за координаты точки отсчета при выполнении вычислительной процедуры для ОГХ с использованием PSF-модели. Рассчитаны значения потенциалов влаги, соответствующие полной влагоемкости данных почв - h_{min} . В таблице 1 приведены результаты гранулометрического анализа и некоторые физические параметры почв, необходимые для применения вычислительной процедуры PSF-модели.

Таблица 1 – Физические параметры почв, используемые в расчетной процедуре функции водоудерживающей способности почвы с использованием PSF-модели

Название почвы	Гранулометрический состав почв	h_0 , см. вод. ст.	Плотность сложения, г/см ³	Объемная влажность почвы θ_0 , %	Общая пористость, %	Объемная влажность полного насыщения θ_s , %	D	1/(E-D)	h_{min} см. в.ст.	pF
Агродерново-подзолистая почва, горизонт PU (0–20 см)	Супесь	330	1,31	33,0	48,1	63,0	2,80	5,0	13,0	1,1
Агродерново-подзол глееватый, горизонт С (100–120 см)	Связный песок	330	1,63	21,8	48,0	78,2	2,75	4,0	2,0	0,3
Агрозем текстурно-дифференцированный окислено-глеевый, горизонт BFg (90–100 см)	Средний суглинок	330	1,45	33,5	42,9	62,2	2,81	5,3	12,7	1,1
Агродерново-подзолистая почва, горизонт 2С (120–130 см)	Связный песок	330	1,54	11,9	39,2	60,4	2,54	2,2	9,6	1,0

Результаты расчета точек ветви десорбции кривой ОГХ с использованием PSF-модели, а также экспериментально измеренные точки образцов почв представлены в таблице 2 и на рисунке 3.

Из сравнения данных в таблице 2 следует, что реальные значения влажности при полном водонасыщении почв всегда ниже расчетных значений (по PSF-модели).

Таблица 2 – Сопоставление точек ОГХ, рассчитанных с использованием PSF-модели, и экспериментальных данных для ветви десорбции

Название почвы	Заданные в эксперименте величины рF	Объемная влажность почвы, экспериментальные данные, %	Объемная влажность почвы, расчет по модели PSF %	Критерий Манна-Уитни (сопоставление величин влажности)	
				U	U _{крит}
Агродерново-подзолистая почва, горизонт PU (0–20 см)	1,0	56,33	63,44	30,50	13,0
	2,0	43,89	41,92		
	2,5	33,01	33,01		
	2,8	27,64	29,01		
	3,2	24,24	24,39		
	3,6	19,65	19,85		
	5,2	10,48	9,71		
Агродерново-подзол глееватый, горизонт С (100–120 см)	1,0	51,35	52,35	23,0	11,0
	2,0	34,56	29,44		
	2,5	21,82	21,84		
	2,8	15,00	18,58		
	3,2	12,23	14,96		
	3,6	10,27	11,56		
	5,2	6,52	4,73		
Агрозем текстурно-дифференцированный окислено-глеевый горизонт BFg (90–100см)	1,0	54,38	65,09	32,0	13,0
	2,0	40,94	42,02		
	2,5	33,51	33,50		
	2,8	29,39	29,62		
	3,2	25,38	25,12		
	3,6	21,46	20,66		
	5,2	11,60	10,47		
	8,0	1,10	1,99		

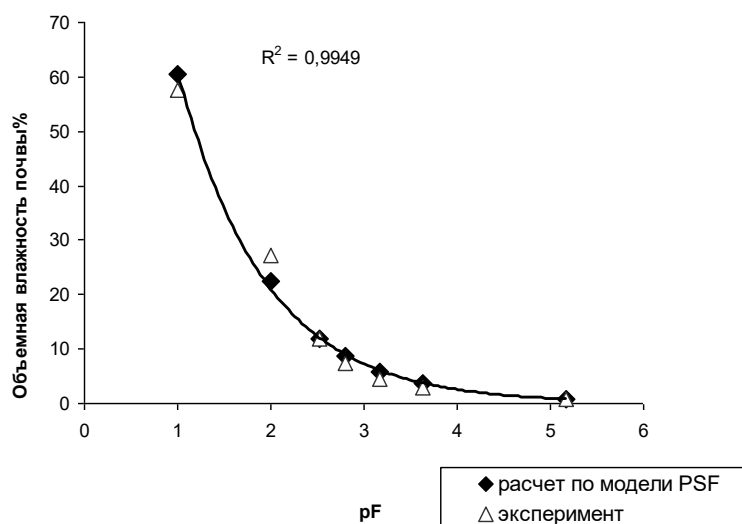


Рисунок 3 – Расчетные и экспериментально измеренные ветви десорбции ОГХ для агродерново-подзолистой супесчаной почвы (горизонт 2С)

Это объясняется тем, что в нативной почве ненарушенного сложения всегда присутствует воздух, заземленный в порах. Наличие заземленного воздуха не отражается в PSF-модели. При низких значениях влажности почвы такая ситуация не критична.

Рисунок 3 для горизонта 2С агродерново-подзолистой почвы приведен для наглядности. На рисунке видно, что расчетные данные по PSF-модели наиболее приближенно аппроксимируются экспоненциальной зависимостью, которая практически является функциональной, так как критерий Пирсона R^2 приближается к 1. Это означает, что мы не можем рассчитать точку перегиба кривой ОГХ в области водонасыщения. Поэтому для использования PSF-модели к расчетам ветвей ОГХ следует использовать экспериментальное определение величин потенциала влаги в области высоких значений влажности. При убывающих влажностях почвы от полной влагоемкости (или иногда от наименьшей влагоемкости) фрактальная модель PSF позволяет рассчитывать точки ОГХ с высокой степенью сходимости. В таблице 2 приведены значения и критическая величина статистического непараметрического критерия U (Манна-Уитни), нулевая гипотеза, проверяемая критерием, определение принадлежности выборок к одной генеральной совокупности при заданном объеме данных. Среднее значение статистического критерия $U = 28$. Критическое значение U-критерия при данном объеме выборок составляет 11 и 13; $28 > 11$ (13) соответственно. Различия выборок не являются статистически значимыми на уровне вероятности $p = 0,95$. Таким образом, расчеты ОГХ при помощи фрактальной PSF-модели подтверждаются экспериментами с почвенными образцами, отобранными из исследуемых почвенных горизонтов.

Выводы

Апробирован алгоритм расчета ветви десорбции ОГХ по модифицированной фрактальной PSF-модели. Вычисление точек влажности ОГХ по фрактальной модели при заданной величине потенциала показывает практически полную сходимость результатов вычисления с данными экспериментального определения точек влажности ОГХ методом пресси для горизонтов супесчаных почв. Для области капиллярной влаги ($pF = 2,5-3,2$), на кривой водоудержания, ошибка между вычисленными по PSF-модели и измеренными методом пресси значениями составляет от +0,1 до +3,6 % объемной влажности почв. Для области адсорбционной влаги ($pF = 5,2$), по кривой ОГХ, расчетные величины объемной влажности почв несколько меньше измеренных экспериментально и укладываются в диапазон ошибки вычислений от -0,7 до -1,8 % объемной влажности почв. Таким образом, величина погрешности вычисления величин объемной влажности, не превышает пределов инструментальной ошибки определения объемной влажности почв методом пресси. Исследование статистических различий выборок (сходимость данных) проведено с применением критерия Манна-Уитни (U). Значение критерия $U = 28$. Критическое значение U-критерия при заданной численности сравниваемых рядов данных составляет 13. Различия между выборками не являются статистически значимыми с доверительной вероятностью 0,95. Не параметрический критерий Манна-Уитни показывает, что измеренные и вычисленные значения точек ветви десорбции ОГХ принадлежат к одной генеральной совокупности.

Успешным расчетом ОГХ показано, что величина фрактальной размерности структуры почв может быть определена методом исследования характера фильтрации влаги через почвенный образец не нарушенной структуры с последующим расчётом фрактальной размерности структуры почв по зависимости объемного расхода влаги от времени способом линейных систем теории фракталов.

Литература

1. Richards L. A. Capillary conduction of liquids through porous mediums // *Physics*. 1931. Vol. 1 (5). P. 318–333. DOI:10.1063/1.1745010.
2. Терлеев В. В., Mirschel W., Баденко В. Л., Гусева И. Ю., Гуринов П. Д. Физико-статистическая интерпретация параметров функции водоудерживающей способности почвы // *Агрофизика*. 2012. Вып. 4 (8). С. 1–8.
3. Кащенко Н. М. Фрактальная модель фильтрации в условиях работы дренажа // *Вестник Балтийского федерального университета имени И. Канта*. 2010. № 4. С.158–162.
4. Dian-yuan Ding, Ying Zhao, Hao Feng, Bing-cheng Si, Robert Lee Hill. A user-friendly modified pore-solid fractal model // *Scientific Reports*. 2016. No. 6. DOI: 10.1038/srep39029.
5. Глобус А. М. Почвенно-гидрофизическое обеспечение агроэкологических математических моделей. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 428 с.
6. Терлеев В. В. Математическое моделирование в почвенно-гидрологических и агрохимических исследованиях. Учебное пособие. Выпуск 7 «Математика в политехническом университете». СПб.: изд-во Политехнического ун-та, 2005. 104 с.
7. Терлеев В. В., Топаж А. Г., Моисеев К. Г., Гиневский Р. С., Лазарев В. А. Расчет сканирующих ветвей с использованием данных о главных ветвях гистерезиса водоудерживающей способности на примере песчаных почв // *Агрофизика*. 2017. Вып. 3. С. 34–42.
8. SWRC Fit. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://seki.webmasters.gr.jp/swrc/> (дата обращения 25.10.2017).
9. Simunek J., Wendroth O., Wypler N., van Genuchten M. T. Non-equilibrium water flow characterized by means of upward infiltration experiments // *Europ. J. Soil Sci.* 2001. Vol. 52. P. 13–24.
10. Моделирование процессов засоления и осолонцевания почв. Под ред. Ковды В. А., Сабольча И. М.: Наука, 1980. 262 с.
11. Пачепский Я. А. Математические модели в мелиорируемых почвах. М.: изд-во Московского ун-та, 1992. 65 с.
12. Developments of pedotransfer functions in soil hydrology // *Developments in Soil Science*. Eds. Pachepsky Ya. A., Rawls W. J. Amsterdam: Elsevier, 2004. P. 30.
13. Brooks R. H., Corey A. T. Hydraulic properties of porous media. *Hydrol. Paper 3*. Colorado State Univ., Fort Collins, CO, 1964. 27 p.
14. Kosugi K. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties // *Water Resour. Res.* 1996. Vol. 32. P. 2697–2703.
15. Van Genuchten M. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // *Soil Sci. Soc. Am.* 1980. No. 44. P. 892–898.
16. Терлеев В. В., Нарбут М. А., Топаж А. Г., Миршель В. Моделирование гидрофизических свойств почвы как капиллярно-пористого тела и усовершенствование метода Муалема-ван Генухтена: теория // *Агрофизика*. 2014. Вып. 2. С. 35–46.
17. Полуэктов Р. А., Терлеев В. В. Моделирование водоудерживающей способности и дифференциальной влагоемкости почвы. *Метеорология и гидрология*. 2002. № 11. С. 93–100.
18. Шейн Е. В. Теоретические основы гидрологии почв в трудах А.А. Роде и современные подходы к описанию движения и равновесия влаги в почвах // *Бюллетень Почвенного института имени В. В. Докучаева*. 2016. Вып. 83. С. 100–130.
19. Alfaro Soto M. A., Chang H. K., van Genuchten M. Th. Fractal-based models for the unsaturated soil hydraulic functions // *Geoderma*. 2017. No. 306. P. 144–151.
20. Судницин И. И., Шваров А. П., Коренева Е. А. Зависимость влажности почв от полного давления почвенной влаги // *Грунтознание*. 2009. Т.10. № 1–2 (14). С. 38–43.
21. Guber A. K., Pachepsky Ya. A., van Genuchten M. Th., Rawls W. J., Simunek J., Jacques D., Nicholson T. J., Cady R. E. Field-scale water flow simulations using ensembles of pedotransfer functions for soil water retention // *Soil Sci. Soc. Am., Vadose Zone Journal*. 2006. No. 5. P. 234–247.
22. Левковский Е. В., Губер А. К. Расчет дифференциальной пористости на основе свойств твердой фазы почвы // *Вестник оренбургского государственного университета*. 2008. № 4 (85). С. 108–113.
23. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород. М.: Недра, 1985. 241 с.
24. Friesen W. I., Mikula R. J. Fractal dimensions of coal particles // *J. Colloid and Interface Sci.* 1987. Vol.120. P. 263–271.
25. Гийон Э., Митеску К. Д., Юлен Ж.-П., Ру С. Фракталы и перколяция в пористой среде // *Успехи физических наук*. 1991. Т. 161. Вып. 10. С. 21–128.
26. Rieu M., Sposito G. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory // *Soil Science Society of America Journal*. 1991. Vol. 55. P. 1231–1238.
27. Perfect E., Rasiyah V., Kay B. D. Fractal dimensions of soil aggregate-size distributions calculated by number and mass // *Soil Science Society of America Journal*. 1992. Vol. 56. P. 1407–1409.

28. Tyle S. W., Wheatcraft S. W. Fractal processes in soil water retention // *Water Resources Research*. 1990. Vol. 26. P. 1047–1054.
29. Глобус А. М. Фрактальность некоторых физических свойств почв / Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: изд-во ПИЯФ РАН, 2007. С. 22–23.
30. Гончаров В. Д. Интерпретация распределения плотности в почвенном агрегате на основе кластерной модели / Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: изд-во ПИЯФ РАН, 2007. С. 52–59.
31. Моисеев К. Г. Фракталы: анализ временных рядов в агрофизике // Сборник докладов заседаний Санкт-Петербургского отделения общества почвоведов имени В.В. Докучаева. *International year of soils*. СПб: изд-во ООО «ВВМ», 2015. С. 3–13.
32. Моисеев К. Г., Гончаров В. Д. Модель почвенной структуры в фильтрационных исследованиях // Сборник «XLII Неделя науки СПбГПУ». Материалы Научно-практической конференции с международным участием. Научно-образовательный центр «Возобновляемые виды энергии и установки на их основе». СПбГПУ, 2014. С. 216–219.
33. Моисеев К. Г., Бойцова Л. В., Гончаров В. Д. Анализ динамики гумусного состояния почв фрактальными методами // *Агрофизика*. 2014. Вып. 1 (13). С. 1–8.
34. Perrier E., Bird N. Modelling soil fragmentation: the pore solid fractal approach // *Soil and tillage research*. 2002. No. 64. P. 91–99.
35. Perrier E., Bird N., Rieu M. Generalizing the fractal model of soil structure: The pore-solid fractal approach // *Geoderma*. 1999. No. 88. P. 137–164.
36. Bird N., Perrier E., Rieu M. The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions // *European Journal of Soil Science*. 2000. No. 51. P. 55–63.
37. Huang G. H., Zhang R. D., Huang Q. Z. Modeling soil water retention curve with a fractal method // *Pedosphere*. 2006. No. 16. P. 137–146.
38. Ghanbarian-Alavijeh B., Liaghat A., Huang G. H., van Genuchten M. T. Estimation of the van Genuchten soil water retention properties from soil textural data // *Pedosphere*. 2010. No. 20. P. 456–465.
39. Ghanbarian B., Hunt A. G., Skinner T. E., Ewing R. P. Saturation dependence of transport in porous media predicted by percolation and effective medium theories. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/276382932_Saturation_dependence_of_transport_in_porous_media_predicted_by_percolation_and_effective_medium_theories (дата обращения 05.06.2018).
40. Моисеев К. Г. Определение параметров порового пространства почв при фильтрации влаги // Сборник «Тенденции развития агрофизики: от актуальных проблем земледелия и растениеводства к технологиям будущего». Материалы Международной научной конференции, посвященной 85-летию Агрофизического НИИ. СПб, 2017. С. 797–805.
41. Моисеев К. Г., Терлеев В. В. Моделирование структуры капиллярно-пористой среды и вычисление дифференциальной пористости почв // *Агрофизика*. 2017. Вып. 3. С. 43–56.
42. Шейн Е. В. Скворцова Е. Б., Дембовецкий А. В., Абросимов К. Н., Ильин Л. И., Шнырев Н. А. Распределение пор по размерам в суглинистых почвах: сравнение микротомографического и капилляриметрического методов определения // *Почвоведение*. 2016. № 3. С. 344–354.
43. Тихомиров В. П., Горленко О. А., Измеров М. А. Протекание через фрактальную пористую среду // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2011. Т. 13. № 4 (3). С. 879–883.
44. Моисеев К. Г. Принципы построения численных критериев подобия физических процессов в почве // Сборник «Математическое и программное обеспечение задач управления агроэкосистемами». Ленинград: АФИ, 1990. С. 103–109.
45. Старченко Н. В. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МИФИ, 2005. 74 с.
46. Найдёнов В. И., Кожевникова И. А. Эффект Харста в Геофизике // *Природа*. 2000. № 1. С. 3–11.
47. Моисеев К. Г., Петровский Р. С. К методу расчета дифференциальной пористости почв на основе фрактальных моделей // Сборник докладов конференции «Актуальные проблемы почвоведения, экологии и земледелия» Курского отделения МОО «Общество почвоведов имени В. В. Докучаева». Курск, 2016. С. 209–212.

References

1. Richards L.A. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1931. 1 (5). P. 318–333. DOI:10.1063/1.1745010
2. Terleev V. V., Mirschel W., Badenko V. L., Guseva I. Yu., Gurin P. D. Physico-statical interpretation of the parameters of the soil water retention function// *Agrophysika*. 2012. No 4(8). P.1-8
3. Kashchenko N. M. A fractal model of filtration in the work of a drainage. *IKBFU'S Vestnik. Ser. physics, mathematics, and technology*. 2010. No 4. P.158-162.

4. Dian-yuan Ding, Ying Zhao, Hao Feng, Bing-cheng Si & Robert Lee Hill. A user-friendly modified pore-solid fractal model. *Scientific Reports*. 2016. No 6, DOI: 10.1038/srep39029.
5. Globus A. M. Soil and hydrophysical support of agroecological mathematical models. L. *Gidrometeoizdat*. 1987. 428 p.
6. Terleev V. V. Mathematical modeling in soil-hydrological and agrochemical research. - Educational book. Issue 7: Mathematics in Polytechnic University. SPb.: Publisher: Polytechnic University. 2005. 104 p.
7. Terleev V. V., Topazh A. G., Moiseev K. G., Ginevsky R. S. Lazarev V. A. Calculation of scanning branches using data for main branches of hysteretic water-retention capacity on the example of sandy soils. // *Agrophysika*. 2017. No 3. P. 34-42
8. Web site SWRC Fit: <http://seki.webmasters.gr.jp/swrc>. (reference's date 25. 10. 2017)
9. Simunek J., Wendroth O., Wypler N., van Genuchten M.T. (2001). Non-equilibrium water flow characterized by means of upward infiltration experiments // *Europ. J. Soil Sci.* V. 52. P. 13–24
10. Modeling of processes of salinization and solonchization of soils. Ed. by. Kovda V. A., Sabol'ch I., Moscow: Nauka. 1980. 262p.
11. Pachepsky Ya. A. Mathematical modeling in meliorative soils. M.: Publishing house of Moscow University. 1992. 65 p.
12. Developments of pedotransfer Functions in Soil Hydrology // *Developments in Soil Science / Eds. Pachepsky Ya.A., Rawls W.J.* Amsterdam: Elsevier, P. 30
13. Brooks, R.H., and A.T. Corey (1964): Hydraulic properties of porous media. *Hydrol. Paper 3*. Colorado State Univ., Fort Collins, CO, USA.
14. Kosugi, K. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. // *Water Resour. Res.* 1996. 32: 2697-2703
15. van Genuchten, M. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:892-898.
16. Terleev V. V., Narbut M. A., Topaj A. G., Mirshel V. Modeling of hydrophysical properties of soil as a capillary-porous medium and modification of the mualem-van genuchten approach: theory// *Agrophysika*. 2014. 2:35-46
17. Poluektov R. A., Terleev V. V. Modeling of the water retention capacity and differential moisture capacity of soil// *Meteorologiya i gidrologiya*. 2002. No11. P.93-100.
18. Shein E. V. Theoretical basis of soil hydrology in the works a.a. rode and modern approaches to the description of water movement and equilibrium in the soil // *Dokuchaev Soil Bulletin*. 2016. Issue 83. P 11-21.
19. Alfaro Soto M.A., Chang H.K., van Genuchten M.Th. (2017). Fractal-based models for the unsaturated soil hydraulic functions *Geoderma* 306. P. 144–151
20. Sudnitsyn I. I., Shvarov A. P., Koreneva E. A. Dependence of the soil moisture content on total soil moisture pressure // “*Gruntoznavstvo*” (Soil Science). 2009. Vol.10. 1–2(14). P.38-43.
21. Guber A.K., Ya. A. Pachepsky, M. Th. van Genuchten, W. J. Rawls, J. Simunek, D. Jacques, T. J. Nicholson, and R. E. Cady. (2006). Field-Scale Water Flow Simulations Using Ensembles of Pedotransfer Functions for Soil Water Retention. *Soil Sci. Soc. Am. // Vadose Zone Journal*. 5:234–247
22. Levkovsky E. V., Guber A. K. Calculation of differential porosity based on the properties of the solid phase of the soil // *Vestnik of the Orenburg State University*. 2008. 4(85). P.108-113.
23. Romm E. S. Structural models of pore space of rocks. Moscow: Nedra, 1985. 241p.
24. Friesen W.I., Mikula R.J. (1987). Fractal dimensions of coal particles. *J. Colloid and Interface Sci.* v.120. p.263-271.
25. Giion E., Mitesku K. D., Yulen Zh. -P., Ru S. Fractals and percolation in a porous medium// *Physics-Uspexhi (Advances in Physical Sciences)*. 1991.Vol.161 (10). P.21-128.
26. Rieu, M. & Sposito, G. (1991). Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory. *Soil Science Society of America Journal* 55, 1231–1238
27. Perfect, E., Rasiah, V. & Kay, B. D. (1992). Fractal dimensions of soil aggregate-size distributions calculated by number and mass. *Soil Science Society of America Journal* 56, 1407–1409
28. Tyle S. W. & Wheatcraft, S. W. (1990) Fractal processes in soil water retention. *Water Resources Research* 26, 1047–1054.
29. Globus A. M. Fractality of some physical properties of soils/ Physical, chemical and climatic factors of field productivity. SPb.: Publishing house of Petersburg Nuclear Physics Institute RAS 2007. P.22-43.
30. Goncharov V.D. Interpretation of the density distribution in the soil aggregate based on the cluster model/ Physical, chemical and climatic factors of field productivity. St. Petersburg: Publishing house of Petersburg Nuclear Physics Institute RAS,2007. P.52-59.

31. Moiseev K.G. Fractals: analysis of time series in agrophysics. Collection of reports from meetings of St. Petersburg branch of V.V. Dokuchaev Society of Soil Scientists. International year of soils. St. Petersburg, publishing house: OOO "BBM", 2015. P. 3-13
32. Moiseev K.G., Goncharov V.D. Model of the soil structure in filtration studies. In the collection of scientific works: XLII Week of Science of SPbSPU. Materials of the Scientific and Practical Conference with international participation. Scientific and educational center "Renewable types of energy and installations on their basis". SPbSPU, 2014. P. 216-219.
33. Moiseev K. G., Boitsova L. V., Goncharov V. D. Analyses of soil humus dynamics by fractal methods // Agrophysika, 2014. No 1(13). P.1-8.
34. Perrier, E. & Bird, N. (2002). Modelling soil fragmentation: the pore solid fractal approach. Soil and Tillage Research 64, 91–99
35. Perrier, E., Bird, N. & Rieu, M. (1999). Generalizing the fractal model of soil structure: The pore–solid fractal approach. Geoderma 88, 137–164.
36. Bird, N., Perrier, E. & Rieu, M. (2000). The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. European Journal of Soil Science 51, 55–63.
37. Huang, G. H., Zhang, R. D. & Huang, Q. Z. (2006). Modeling soil water retention curve with a fractal method. Pedosphere 16, 137–146
38. Ghanbarian-Alavijeh, B., Liaghat, A., Huang, G. H. & van Genuchten, M. T. (2010). Estimation of the van Genuchten soil water retention properties from soil textural data. Pedosphere 20, 456–465
39. Ghanbarian, B., Hunt, A. G., Skinner, T. E., Ewing, R. P. (2015). Saturation dependence of transport in porous media predicted by percolation and effective medium theories. [Электронный ресурс]//ResearchGate 2016
40. Moiseev K.G. Determination of pore space parameters of soils during moisture filtration. In the collection of scientific works: Trends in the development of agrophysics: from pressing problems of agriculture and crop production to future technologies. Proceedings of the International Scientific Conference dedicated to the 85th anniversary of the Agrophysical Research Institute. 2017. P. 797-805.
41. Moiseev K. G., Terleev V. V. Modelling of capillary-porous medium structure and calculation of differential soil porosity // Agrophysika 2017. No 3. P. 43-56.
42. Shein E. V. Skvortsova E. B., Dembovetsky A. V., Abrosimov K. N., Ilin L. I., Shnyrev N. A. Distribution of pores by size in loamy soils: comparison of microtomographic and capillarimetric methods of determination. // Pochvovedenie. 2016. No 3.P. 344–354
43. Tikhomirov V. P., Gorlenko O. A., Izmerov M. A. Flow through a fractal porous medium// Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2011. Vol.13. 4(3). P. 879-883.
44. Moiseev K. G. Principles for constructing numerical criteria for the similarity of physical processes in soil. V sbornike: Mathematical and software support of agroecosystem management problems. Principles for constructing numerical criteria for the similarity of physical processes in soil. In the collection of scientific works: Mathematical and software support of agroecosystem management problems. / executive editors: A.I. Brezhnev, R.A. Poluektov// Sbornik nauchnykh trudov, AFI, Leningrad. 1990. PP. 103-109
45. Starchenko N. V. The fractal index and local analysis of chaotic time series. Thesis ... Cand. Sc. (Physics and Mathematics). Mjscow: MEPhI. 2005. 74p.
46. Naidenov V. I., Kozhevnikova I. A. The Harst effect in geophysics// Priroda. 2000. No1. P.3-11
47. Moiseev K.G., Petrovsky R.S. To the method of calculating the differential porosity of soils based on fractal models. Collection of scientific reports on the Conference: "Actual problems of soil science, ecology and agriculture" Kursk Branch of the Moscow Society of V.V. Dokuchaev Society of Soil Scientists, Kursk, 2016. P. 209-212.

UDC 632.42: 631.43

Moiseev K.G., Terleev V.V., Kholokhorenko M.V.

APPLICATION OF FRACTAL FRACTION MODEL (PSF) FOR PHYSICAL MODELING OF WATER-RETENTION CAPACITY OF SOIL

Summary. *The aim of the work is the development of methods for modeling water retention function, approbation of the algorithm for calculating the basic hydrophysical characteristic (BPC) desorption branch according to the modified fractal PSF-model. The possibility of experimental determination of the fractal dimension of the soil structure by studying the process of non-stationary filtration of moisture through the soil was under consideration. The soil water-retention capacity (WRC) describes the feature of the soil to hold the moisture. Various mathematical models are used to approximate the*

WRC-curve. This curve is necessary in the calculation of irrigation rates. But its use is hampered by a number of shortcomings inherent in the applied mathematical models. Based on the theory of fractal percolation, an attempt was made to physically substantiate the hysteresis of the soil water-retention capacity. The use of the fractal fraction theory in soil hydrophysics led to the development of fractal models for WRC predicting. To apply the fractal model pore-solid-fractal (PSF-model) to the calculating the WRC, it is necessary to know the magnitude of the fractal dimension of the soil structure. A method is proposed for determining the fractal dimension of the porous soil space by studying nonstationary filtration and analyzing the time series of the volume flow of moisture filtration through the soil. Calculating the desorption branches of hysteretic water-retention capacity of sandy-loam was performed. The calculated desorption branches were compared with the experimental data. The study of statistical sampling differences (data convergence) was carried out using the Mann-Whitney (U) criterion. The criterion value is $u_p = 30$. The critical value of the U-test for a given number of compared data series is 13. Differences between samples are not statistically significant with a confidence probability of 0.95.

Keywords: soil hydrophysics, physical modeling, water-retention capacity, fractal dimensionality of structure, fractal model.

Моисеев Кирилл Геннадьевич, кандидат сельскохозяйственных наук, ведущий научный сотрудник, врио заведующего лабораторией Физики и физической химии почв ФГБНУ «Агрофизический научно-исследовательский институт»; 195220, Россия, г. Санкт-Петербург, Гражданский пр., 14; e-mail: kir_moiseev@mail.ru.

Терлеев Виталий Викторович, доктор сельскохозяйственных наук, профессор, профессор кафедры «Водохозяйственное и гидротехническое строительство», ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»; 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; e-mail: Vitaly_Terlev@mail.ru.

Холохоренко Максим Витальевич, студент, ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; e-mail: maxis29rus@mail.ru.

Moiseev Kirill Gennadievich, Cand. Sc. (Agr.), leading researcher, acting head of the Laboratory "Physics and physical chemistry of soils", Agrophysical Research Institute; 14 Grazhdanskiy av., Saint-Petersburg, 195220; e-mail: kir_moiseev@mail.ru

Terleev Vitaly Victorovich, Dr.Sc. (Agr.), professor., professor of the Department of Water-and Hydroengineering Construction, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; 29 Polytechnicheskaya Str., Saint Petersburg, 195251, Russian Federation; e-mail: Vitaly_Terlev@mail.ru

Kholokhorenko Maksim Vitalievich, student, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; 29 Polytechnicheskaya Str., Saint Petersburg, 195251, Russian Federation; e-mail: maxis29rus@mail.ru

Дата поступления в редакцию – 10.04.2018.

Дата принятия к печати – 01.06.2018.